

本质教育 小学奥数

第 1 课：找规律：从简单入手

课程目标 - 写给家长的话：

如何思考才能解决问题？特别是那些我们没有见过的问题？科学家、数学家们是如何探索并发现新的定理（定律）的？为什么那些大数学家、科学家们可以解决那么复杂的问题？

这些问题的答案我称之为数学哲学，即一流数学家、科学家们思考问题的方式。学会这种思考问题的方式对一个人的一生是非常重要的，尤其是在人工智能愈发成熟的今天。

而数学就是学习这种思考问题的极佳模型 - 数学问题的条件相对简单，不像现实问题往往收到多种因素影响，但数学问题却丝毫不缺乏难度，因此为锻炼解决问题的思维提供了极佳的平台，即所谓的“数学是思维的体操”。

但不幸的是，很多学校，老师不去借助数学培养学生解决问题的思维，而是把数学问题分类，变成常见的题型，然后让孩子们记忆对应的方法。本末倒置，令人唏嘘。因此本质教育从 2015 年成立以来，一直致力于通过教授数学思维帮助学生真正学好数学，而好成绩只是自然而然地副产品而已。

本套本质教育的小学奥数教材，和本质教育初中数学，高中数学一样，通过 1) 帮助同学打好扎实的数学基础；2) 学习李泽宇三招™+化简（共 4 招，这是最常用的解决问题的思维，分别叫做“翻译”，“特殊化”，“盯住目标”，和“化简（从简单入手）”）解决小学奥数的各类题目。让学生真正学到数学的精髓，感受到数学的乐趣，并受用终身。

本课程针对学有余力的小学生，要求至少学完自然数范围内的加减乘除四则运算。

1. 观察的重要性：

《福尔摩斯探案集》是英国作家柯南道尔的作品。该作品风靡全球，经久不衰。和现在的很多动画，电视剧中的“大侦探”们靠灵感破案不同，小说中的福尔摩斯凭借的不是那些虚无缥缈的灵感和运气，而是细致的观察，扎实的知识储备，和正确的思维方式（逻辑）。我们来看看《血字的研究》中的一段精彩的描写：

"他说着，很快地就从口袋里拿出一个卷尺和一个很大的圆形放大镜。他拿着这两样工具，在屋里默默地走来走去，有时站住，有时跪下，有一次竟趴在地上了。他全神贯注地工作着，似乎把我们全都忘掉了；他一直在自言自语地低声咕嘟着，一会儿惊呼，一会儿叹息，有时吹起口哨，有时又象充满希望、受到鼓舞似地小声叫了起来。我在一旁观察他的时候，不禁想起了训练有素的纯种猎犬，在丛林中跑来跑去，猎猎吠叫，一直到它嗅出猎物的踪迹才肯甘休的样子。他一直检查了二十分钟，小心翼翼地测量了一些痕迹之间的距离；这些痕迹，我是一点也看不出来的。偶尔他也令人不可思议地用卷尺测量墙壁。后来他非常小心地从地板上什么地方捏起一小撮灰色尘土，并且把它放在一个信封里。接着，他用放大镜检查了墙壁上的血字，非常仔细地观察了每个字母。最后，他似乎很满意了，于是就把卷尺和放大镜装进衣袋中去。"

事实上，在完成了上述的观察后，福尔摩斯对这个看似复杂的案件已经有了很多合理的猜想和推理，他说到：

"这是一件谋杀案。凶手是个男人，他高六英尺多，正当中年。照他的身材来说，脚小了一点，穿着一双粗平方头靴子，抽的是印度雪茄烟。他是和被害人一同乘坐一辆四轮马车来的。这个马车用一骑马拉着，那骑马有三只蹄铁是旧的，右前蹄的蹄铁是新的。这个凶手很可能是脸色赤红，右手指甲很长。这仅仅是几点迹象，但是这些对于你们两位也许有点帮助。"

以下是他的利用观察结果推理的一部分：

我（华生医生）说，"但是其中一人的身高你又是怎样知道的呢？"

"唔，一个人的身高，十之八九可以从他的步伐的长度上知道。计算方法虽然很简单，但是现在我一步步地教给你也没有什么用处。我是在屋外的粘土地上和屋内的尘土上量出那个人步伐的距离的。接着我又发现了一个验算我的计算结果是否正确的办法。大凡人在墙壁上写字的时候，很自然会写在和视线相平行的地方。现在壁上的字迹离地刚好六英尺。简直就象儿戏一样的简单。"

和侦探破案相似，我们在解决数学问题的时候，往往也需要细致的观察和推理，而不是单纯的靠运气。我们现在从几个例子开始，来学习如何一步一步地观察，发现规律：

例 1: 找规律，在括号内填数：

- (1) 1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14, (), ()
- (2) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (), ()
- (3) 0, 4, 4, 7, 8, 10, 12, (), (), ()

(1) 在解决问题的时候，我们往往难以一下子得到问题的答案。怎么办呢？不要着急，从**最简单入手**，我们要一下子找到规律并填出数字比较困难，那么我们先不填数字，这一组数字有什么基本的规律呢？哪怕是一眼就可以看出来的规律？

我们很容易发现，(1) 中的数字在逐渐增大！

很好，我们已经发现了一个规律。这就是从简单入手！我们知道数字的增加往往可以通过加法或者乘法达成，我们用加法试一试：

$$1+1=2$$

$$2+3=5$$

$$\begin{aligned}
 &5+1=6 \\
 &6+3=9 \\
 &9+1=10 \\
 &10+3=13 \\
 &13+1=14 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

我们发现了规律，+1，+3，+1，+3 间隔进行。于是 $14+3=17$ ， $17+1=18$ 就是我们要填入的数字。

(2) 同样的，我们从简单入手，发现数字虽然没有递增，但却没有减少（主要是前两个），我们可以试一试第一问的方法，用加法来连接这些数字：

$$\begin{aligned}
 &1+0=1 \\
 &1+1=2 \\
 &2+1=3 \\
 &3+2=5 \\
 &5+3=8 \\
 &8+5=13
 \end{aligned}$$

和上一题不同，我们没有在增加的数中，即+0,+1,+1,+2,+3,+5 发现明显的规律，那么怎么办呢？

要记住，解决问题的过程中，一条路走不通是非常常见的，没有谁能够总是有好运气，一开始走的路就是正确的路，别慌张，退一步，重新思考。

相信同学们都听过“分析”这个词汇了吧，例如“分析问题”，究竟什么是分析呢？事实上，简单的来说，分析就是分解的意思。我们在研究问题的时候，往往把一个整体分解成好几个部分，通过研究各个局部，来最终帮助我们理解整体。我们很多时候研究问题其实就是“盲人摸象”。

这里的一组数字 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 我们可以如何分解呢？其实我们一开始的研究就是把其分为单个数字，每个数字一组来研究的。我们能不能 2 个一组呢？例如第 1, 2 个一组，第 2, 3 一组，第 3, 4 一组，或者第 1, 2 一组，第 3, 4 一组，或者第 1, 3 一组，第 2, 4 一组，或者甚至 3 个元素一组，4 个元素一组…？

思维是灵活的，这是我们这个例子希望同学们有的第一个直观感受。真正的高手，解题的时候不应该会出现“没有思路”的情况。

这道题我们通过分组发现：第 1, 2 个数字相加，即 $1+1=2$ ，就是第 3 个数字。而第 2, 3 两个数字相加，即 $1+2=3$ ，就是第 4 个数字

$$\begin{aligned}
 &1+1=2 \\
 &1+2=3 \\
 &2+3=5 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

$$5+8=13$$

因此下 2 组数字分别是： $8+13=21$ ， $13+21=34$

(3) 有了 (2) 的提示, 我们发现同样的, 把每一个数字看成一组研究其之间增加的数目找不出规律, 我们将这一组数字分解为两个组

第 1, 3, 5, 7... 个数一组:

0, 4, 8, 12,

我们发现他们之间都是相差 4

第 2, 4, 6 个数一组:

4, 7, 10

我们发现他们之间都是相差 3

于是我们发现规律, 并能够填出数字来:

下一个是第 8 个数, 为 $10+3=13$

再下一个一个是第 9 个数为 $12+4=16$

最后一个一个是第 10 个数为 $13+3=16$

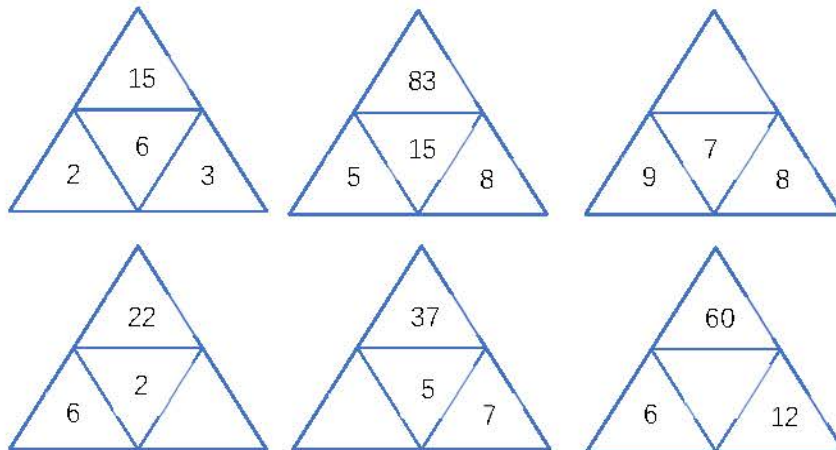
总结与反思:

希望从这个例子, 同学们对以下结论有一个直观的认识:

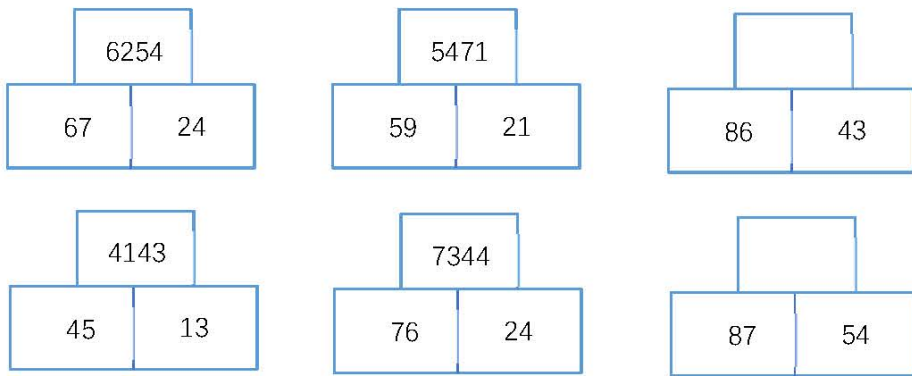
1. 解决问题往往从简单入手, 先解决问题最简单的一部分 - 有哪些一目了然的规律?
2. 解题时灵活的, 一条路不通就换一条路
3. 解决问题时, 我们常常将整体分解为各个部分来研究, 研究这个部分内部 (例如 (3)), 研究部分之间的关系 (例如 (2))。分解的过程也是灵活的。

例 2 找规律, 在空格内填数

(1)



(2)



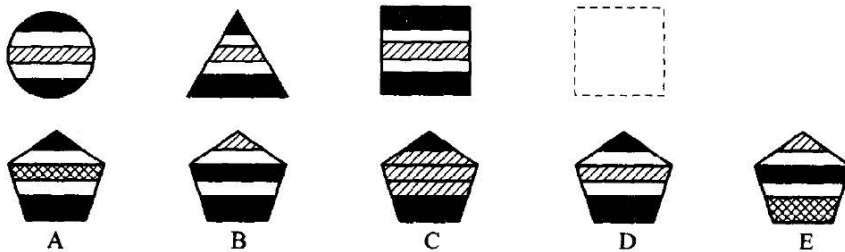
提示：

- (1) 观察，从最简单入手，你发现什么大小规律？如何由小变大，你学了什么运算法则？
 (2) 观察，从最简单入手，你发现什么明显的大小规律？分解数字，你发现什么规律？

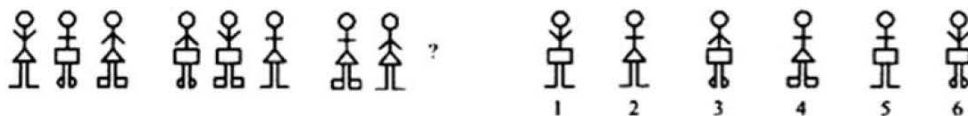
答案在本章最后

例3 根据规律，选择合适的图形填空

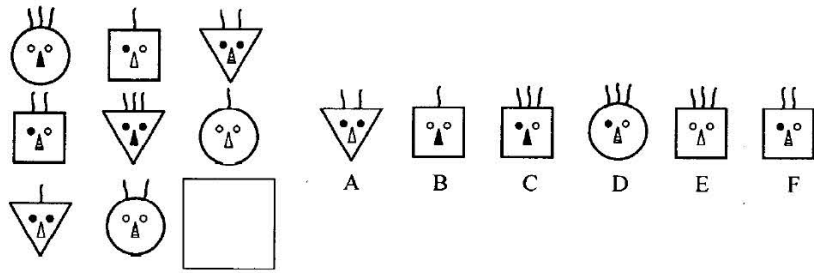
(1)



(2)



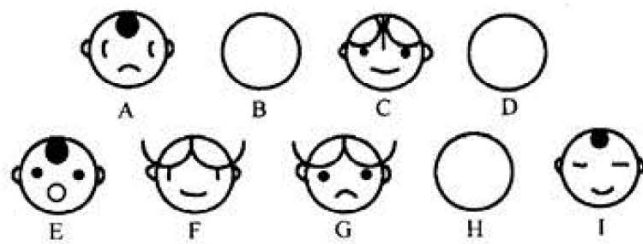
(3)



提示:

- (1) 虽然是图形问题，观察的方式和数字没有什么不同。把每一个图形**分解**为小块后再来找规律，是不是很明显了？
- (2) 把每一个小人**分解**为部分来找规律，是不是很明显了？
- (3) 题目已经帮我们整体 9 个图形**分解**成 3 行了，我们把每一行看作一类，在该类中找规律。接着我们继续**分解**，每一类别中的人头像可以分解为哪些部分？找出第一行的规律了吗？用第 2 行来验证这个规律是否正确，然后用在第三行。

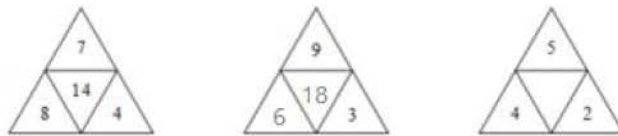
例 4 在 B, D, H 处画出合适的娃娃头（一种画法即可）



提示：我们先观察这个整体，从简单入手，你能得到什么结论，例如一共有多少个娃娃头？接着，我们开始分解：每一个娃娃头可以分解为哪几个部分？借此我们可以把这些娃娃头分解为几类？其中一类中有什么规律？

练习题:

1. (2015•创新杯(稍加改动)) 在下面的两个图形中发现其中四个数的关系, 进而在第三个图形中的空白三角形中填入适当的数(), 使该图中四个数也符合上述关系.



- A . 9 B . 12 C . 10 D . 11

2. (2017•中环杯) 按规律填数: 7、10、17、27、_____71、115 .

3. (2016•其他杯赛) 观察一系列数的变化规律, 按规律填空:

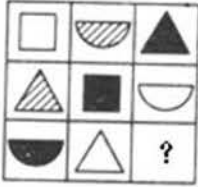
96、64、48、40、36、_____、_____ .

4. (2017•春蕾杯) 先找出下列各数的排列规律, 再在横线上填上合适的数 .

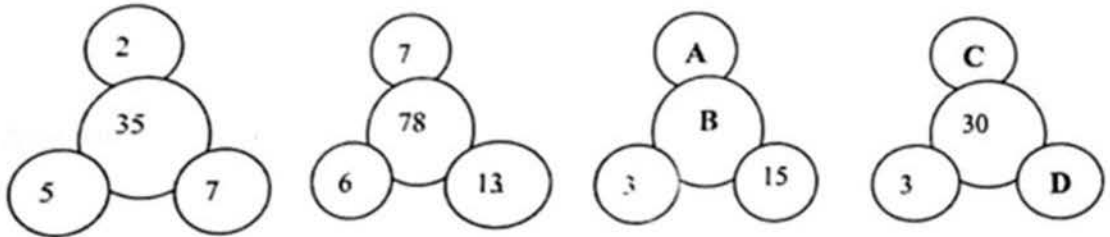
① 2, 4, 6, 10, 16, _____, _____;

② 129, 228, 327, 426, _____, _____;

5. (2012·奥林匹克) 观察下面图形的变化规律, 请在后面的横线上画出问号处所缺的图形_____.



6. (2017·育苗杯) 在各组图形中寻找规律, 并按此规律在"○"处填上合适的数.



那么 $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $B = \underline{\hspace{2cm}}$, $C = \underline{\hspace{2cm}}$, $D = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. (2017·育苗杯) 有一列数如下: 2, 3, 5, 8, 12, 17...按此规律排下去, 排在第 15 个的数是_____.

8. (2015·春蕾杯) 观察下面四图, 求出 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.



9. (2015•春蕾杯) 找规律填数, 图中的 $X =$ _____ .

9	4	25
10	7	9
12	5	X

10. (2012•其他模拟) 找到规律, 在括号里填上适当的数 .

1、3、5、15、17、_____、_____、159、161 .

11. (2015•其他杯赛) 如图: " ? " 中的数字应该是_____ .

5		8	17		9	8		13
	93			49			?	
16		7	13		4	5		4

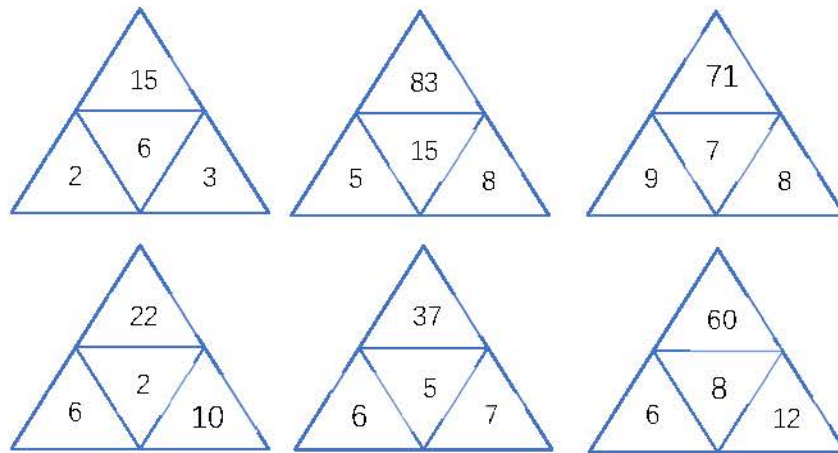
12. (2010•学而思杯) 观察如图中数字的摆放规律, 由此得到 $p =$ _____



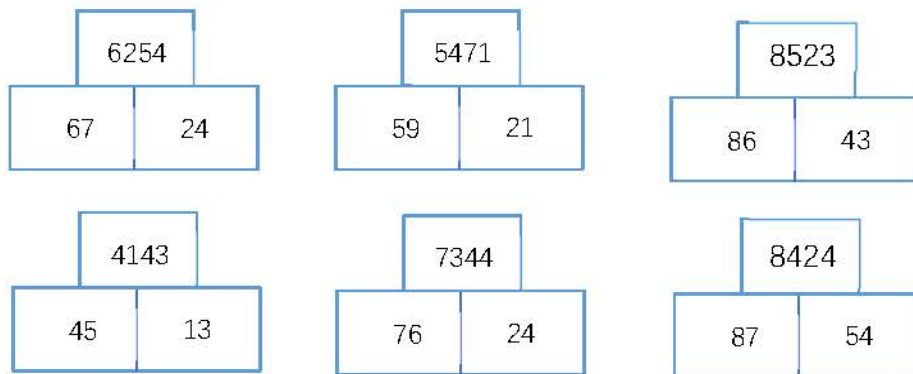
例题答案

例 2

(1)



(2)



例 3

(1) D

(2) 6

(3) C

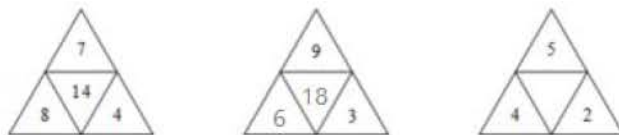
例 4

无论是行还是列中的娃娃头均有 3 种发型、眼型和口型，可以推知答案为



练习思维方式和答案：

1. (2015·创新杯) 在下面的两个图形中发现其中四个数的关系，进而在第三个图形中的空白三角形中填入适当的数 ()，使该图中四个数也符合上述关系。



- A . 9 B . 12 C . 10 D . 11

【思维】从简单入手，有什么明显的规律，例如大小规律？明显中间的数最大，如何从较小的数变成较大的数？加法和乘法，看到 14 和 7，你找到可能的规律的么？；据此解答即可。

【解答】 $7 \times 8 + 4 = 14$, $9 \times 4 + 3 = 12$, 规律：上面的数 \times 左下角的数 $+ 右下角的数 = 中心数$ ：
 $5 \times 4 + 2 = 10$

故选：C。

2. (2017·中环杯) 按规律填数：7、10、17、27、44、71、115。

【思维】分解，和例题相似

【解答】解： $17 + 27 = 44$

$27 + 44 = 71$ (验证)

故答案为：44。

3. (2016·其他杯赛) 观察一系列数的变化规律，按规律填空：

96、64、48、40、36、34、33。

【思维】从简单入手，有什么大小规律？逐渐减少。什么运算法则起到这个作用？

【解答】 $96 - 64 = 32$ ， $64 - 48 = 16$ ， $48 - 40 = 8$ ， $40 - 36 = 4$ ，…，所以两个数之间的差分别为 32、16、8、4，即后一个的差是前一个差的一半，接着应差 2、差 1，据此解答即可。

故答案为：34、33。

4. (2017·春蕾杯) 先找出下列各数的排列规律，再在横线上填上合适的数。

① 2, 4, 6, 10, 16, 26, 42 ;

② 129, 228, 327, 426, 525, 624 ;

【思维】分解，和例题类似

【解答】①规律：从第三个数开始，每个数都是它前两个数的和；

②规律：依次增加 99，据此解答即可。

解：① $10 + 16 = 26$

$16 + 26 = 42$

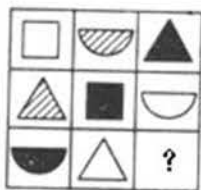
② $426 + 99 = 525$

$525 + 99 = 624$

故答案为：16, 42; 525, 624。


5. (2012·奥林匹克) 观察下面图形的变化规律，请在后面的横线上画出问号处所缺的图


形  .



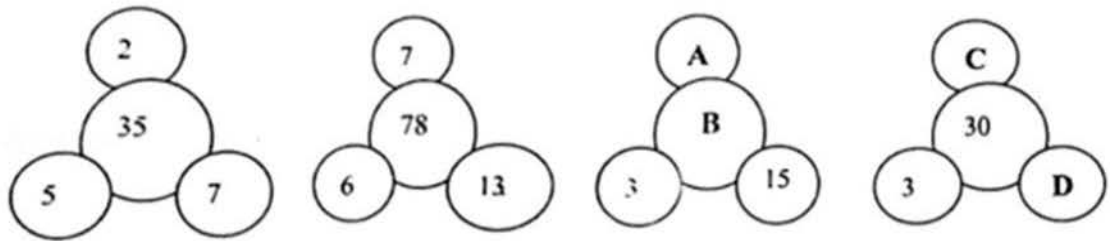
【思维】分解，和例题类似

【解答】分成两部分进行观察：①每行每列中，由三角形、正方形、半圆组成，所以右下角的？处是正方形；②每行每列中，图形的颜色分别是白色，阴影，黑色，观察图形可知？处是灰色；据此解答即可。

解：根据分析可得，右下角的？处是灰色正方形，是  ；

故答案为:  .

6. (2017·育苗杯) 在各组图形中寻找规律, 并按此规律在“○”处填上合适的数.



那么 $A = \underline{12}$, $B = \underline{45}$, $C = \underline{7}$, $D = \underline{10}$.

【思维】和第一题类似

【解答】根据已知的数可得规律: 最下面两个数的积等于中间的数, 两个数的差等于最上面的数.

解: $A = 15 - 3 = 12$

$B = 3 \times 15 = 45$

$D = 30 \div 3 = 10$

$C = 10 - 3 = 7$

故答案为: 12, 45, 7, 10 .

7. (2017·育苗杯) 有一列数如下: 2, 3, 5, 8, 12, 17...按此规律排下去, 排在第 15 个数是 107 .

【思维】规律很简单

【解答】解: 从 2 开始, 依次增加 1、2、3、4、5..., 在学习等差数列求和之前, 可以逐个写出来, 计算即可.

答案为: 107 .

8. (2015·春蕾杯) 观察下面四图, 求出 $X = \underline{769}$.



【思维】分解，和例题类似

【解答】 $116 = 10 \times 10 + 16$, $377 = 31 \times 10 + 67$, $588 = 55 \times 10 + 38$, 规律：左下角的数 $\times 10 +$ 右下角的数 = 最上面的数。

解： $X = 75 \times 10 + 19 = 769$

故答案为：769。

9. (2015·春蕾杯) 找规律填数，图中的 $X =$ 49。

9	4	25
10	7	9
12	5	X

【思维】从简单入手，你能找到什么大小规律吗？很明显， $9 \rightarrow 4$ 减少，而后增加为 25 每一行都是这样的规律。减少是什么运算法则？增加呢？

【解答】

第一行： $9 - 4 = 5$, $5 \times 5 = 25$;

第二行： $10 - 7 = 3$, $3 \times 3 = 9$;

所以可得规律：第三个数 = 同一行中前两个数的差的平方数；据此解答即可。

可得：

$$12 - 5 = 7,$$

$$X = 7 \times 7 = 49;$$

故答案为：49。

10. (2012·其他模拟) 找到规律，在括号里填上适当的数。

1、3、5、15、17、51、53、159、161。

【思维】首先我们从简单入手，发现规律是逐项增加的。于是我们试试加法：

$$1+2=3$$

$$3+2=5$$

$$5+10=15$$

$$15+2=17$$

$$159+2=161$$

至少我们发现了似乎有+2这个规律，但是从5到15是个特例。可以看作 $5+10=15$ ，也可以看作 $5 \times 3=15$

后者（乘法）似乎更加符合，因为如果是加法（+10），到后面的数字159, 161就太大了。那么这个3是怎么来的？是前面的3吗？

我们试一试：连续2个+2，因此 $15+2=17$

$$17+2=19$$

那么 17×19 ？数字太大了，明显不对。

怎么办？我们试试逆向推导， $159+2=161$

$$\text{那么 } 157+2=159$$

中间两个数成为19, 157。很遗憾，他们之间都无法整除。

怎么办？**退回来**！正如例题中说的，有些时候一下子找到问题的解答是运气好，很多时候，特别是较难的题目，我们是**没有**这种运气的。

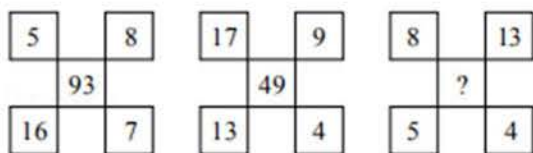
既然有乘法，那么我们能不能把一开始的1到3看作是乘法呢？令我们高兴的是，也有一个3，似乎和后面 $3 \times 5 = 3$ 的3不是巧合：

$$1 \times 3 = 3, 3 + 2 = 5, 5 \times 3 = 15$$

看来是乘法，加法交替，我们试一试，然后我们发现这是正确的：

$$15 + 2 = 17, 17 \times 3 = 51, 51 + 2 = 53, 53 \times 3 = 159$$

11. (2015•其他杯赛) 如图：“?”中的数字应该是 33 .



【思维】从简单入手，发现中间的数不小，但试验加法发现不行。**退回来**，换一种，乘法呢？

【解答】规律：右上角的数 \times 左下角的数 - 左上角的数 \times 右下角的数 = 中心数；据此解答即可。解： $13 \times 5 - 8 \times 4 = 33$

12. (2010•学而思杯) 观察如图中数字的摆放规律，由此得到 $p =$ 4



【思维】题目其实已经帮我们分解好了。把每一个格子（单元）看作分解了的一部分，找出格子之间的规律即可。

【解答】解：

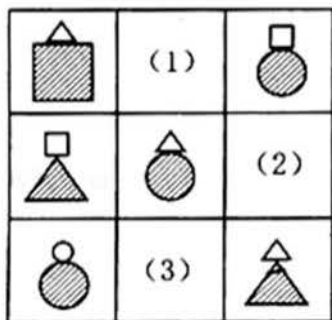
第二单元数字乘积 = $1 \times 6 = 6$ （为一单元 3 的 2 倍）；

第三单元数字乘积是 $3 \times 2 \times 3 = 18$ （为二单元数字乘积的 3 倍）；

第四单元数字乘积应该为第三单元数字乘积的 4 倍，即 $2 \times 3 \times 3 \times P = 18 \times 4$

故： $P = 4$ ，所以应该填 4。

13. (2012·其他杯赛) 仔细观察，找出如图中的图形排列规律，并在空格内画上适当的图形。



【思维】和例题类似

【解答】图中一共有 3 种图形：正方形、圆形、和三角形，每个小图是由其中的 2 个图形构成的，其中下面的图形较大，带有阴影，上面的图形较小，是空白的；

第一、二行：每一个图都是由两种不同的图形构成，每种形状在上方和下方各有一共，由此进行求解；

第三行：每个图都是由形状相同的 2 个图形构成，由此求解。

解：(1) 上方缺少圆形，下方缺少三角形，即：



(2) 上方缺少圆形，下方缺少正方形，即：



【解答】解：由题意， B 的第三位和 D 的第三位相同，所以 B 和 D 的选择应该是364和614中的一个，

又因为 B 的第二位和 C 的第三位相同，四个数中，只有614的第二位和791的第三位是相同的，所以 B 是614。