

## 0. 总纲

学好数学,基础至关重要。基础不好,即使你再聪明(例如和历史上的大数学家们一样聪明),你也不可能在考试的2小时内倒推数学家们数百年的研究成果,正所谓巧妇难为无米之炊。那如何建立牢靠的基础呢?我们认为有三个方面很重要:

1) **精读概念,定理**: 数学每一个概念的描述都是十分精炼且严谨的,可以说没有一个是多余的,因此会学习的人懂得仔细品味每一个概念和定理,准确掌握其意思。

2) **思维导图-记忆的窍门**: 准确理解之后我们需要把这些概念记忆下来。**联想是记忆的利器**,例如在记忆英文单词的时候,我们可以通过这样的模式:

(1) 简单词: husband (丈夫), (2) 由此学习一个词根-band-, 这个词根就表示连接,边界的意思,而丈夫 husband 就是和一个女人有连接的男人。由此,我们就可以 (3) 学习一系列的高级词了:

例如: abundant, a 是常用前缀表示否定, -bund=-band-表示边界, -ant 是后缀表明是形容词,那么 abundant -> 没有边界,用来形容东西很多,没有边界(数不过来);而 bandage 就表示绷带(-age 是后缀,表明是名词), bandage 就是用来连接(伤口)的东西。

在上面的例子中,词根就是联想记忆的利器。数学中的“词根”就是思维导图。借助这个框架,我们就可以把各种纷繁芜杂的知识点联系起来,从而让我们对各个定理,定义,方法“信手拈来”。再加上良好的数学思维(本质教育李泽宇三招™+化简),解决高考难度的各种数学题不就是小菜一碟?

3) **费曼学习法,知行合一**: 你是否准确掌握了一个概念不是靠“我认为”,“我觉得”来主观判断,而是通过实践来检验。如果你能够 1) 自己回忆起每一章的思维导图,并借助其 2) 在短时间内用自己的话清楚地描述每一个概念和定理,那么恭喜你,你有扎实的数学基础。否则,不好意思,你没有。

测试: 你可以试着问自己以下问题,看看能否在 1, 2 分钟内准确回答

- 什么是双曲线? 请给出双曲线的两个不同定义
- 有哪五个定理可以证明线面垂直?
- 什么叫做随机变量? 什么叫做离散型随机变量的概率分布列?

如果你不能好好回答,那说明你的基础不够扎实,并一定能从我们的这套高中数学思维导图与概念总结中受益。

**中学数学的大框架:**

**数学语言与日常生活语言(例如中文,英文):**

日常生活语言,例如中文和英文,容易产生歧义,不利于我们做严谨的逻辑推理。因此数学

家们开创了各种数学语言，在中学阶段主要包括三种基本的数学语言：

1. **代数语言**：所谓**代数(algebra)**，就是用字母代表数。这是由法国大数学家笛卡尔在 17 世纪提出。既然用字母代表数，顺其自然的，我们便有了代数式，例如 $\sqrt{3x^2 - 18}$ 。

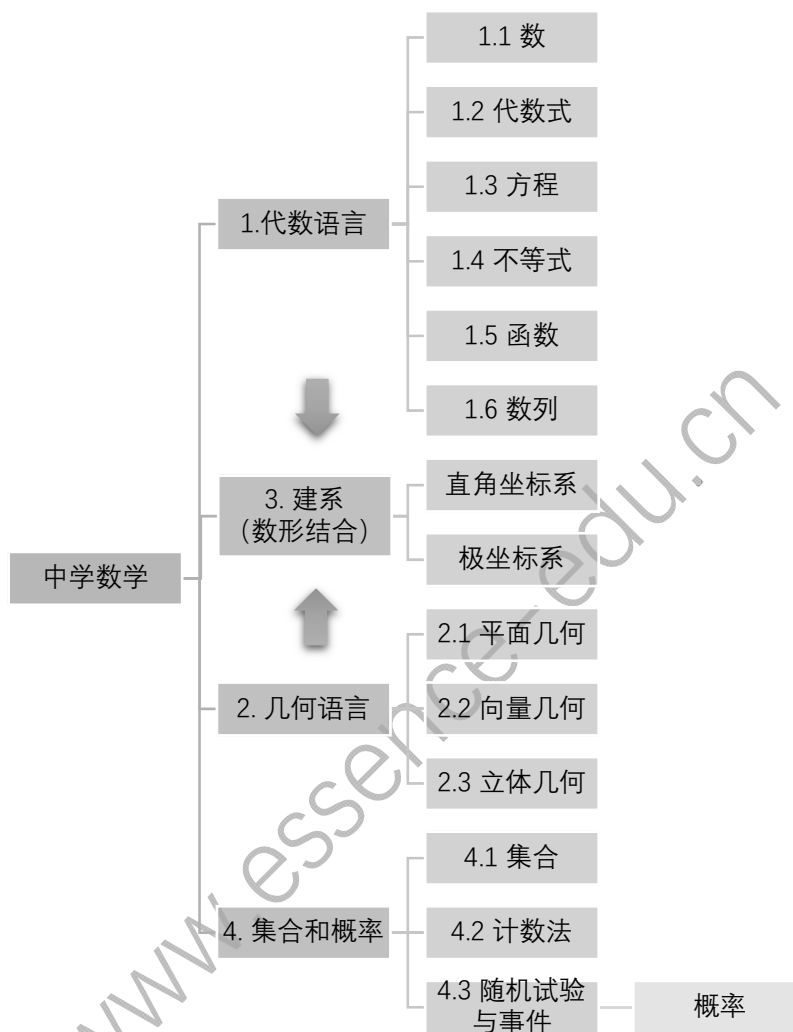
当一个代数式=0，例如 $\sqrt{3x^2 - 18} = 0$ ，我们就有了**方程(equation)**。

当一个代数式不等于 0，例如 $\sqrt{3x^2 - 18} > 0 (< 0)$ ，我们就有了**不等式(inequality)**。

而 $y = \sqrt{3x^2 - 18}$ 即形成了**函数(function)**。

而**代数就是主要研究代数式（例如因式分解），方程，不等式和函数的学问。**

2. **几何语言**：从欧几里得的《几何原本》开始，数学诞生了几何语言，最核心的就是**画张图**。从我们初中接触的平面几何，到高中接触的向量几何和立体几何都属于几何语言。
3. **代数语言与几何语言的互译 - 建系**：代数语言的好处是精确，缺点是比较抽象，不直观；而几何语言的好处是直观具体，但缺点是不精确。因此笛卡尔提出了坐标系的概念，通过坐标系（直角坐标系，极坐标系等）将代数语言（方程）和几何图形之间构建了一一对应的关系（互译），从而产生了解析几何等学问，做到所谓的“数形结合”。
4. **集合和概率的语言**：集合论是现代数学的基石。随着数学的不断发展，数学家们提出了集合的概念，并以此为基础提出了概率的概念（事件就是样本点的集合），这也是中学阶段同学们需要掌握的最后一种数学语言。



作业：

1. 整个中学数学有哪 3 门基本的数学语言？其中的两门语言是如何做到互译的？
2. 通过理解上面的描述，自己在草稿纸上默写出上面的思维导图。